富山短期大学紀要第四十五巻

論　　文

# 不確実性下での経営情報学の複合科学的考察

## Multidisciplinary Scientific Consideration of Management Information Studies under Uncertainty

松　縄　　規　　　　坂　井　一　貫
MATSUNAWA Tadashi and SAKAI Kazutaka

**要旨：**　不確実性の下で、経営情報学の基盤概念を数物科学的側面から考察した。その際、根底に考慮すべき不確定性について、一確率変量かつパラメトリックの場合についての結果を与えた。また、関連して得られる最小不確定性方程式を用いて、組織経営の解析にも役立つと推察できる、基礎モデル分布を構築できることを示した。さらに、基礎モデルを改善するため、Legendre変換とK-L情報量間のある種の収支関係を逐次用いて、発展モデル分布を構築することを提案した。それらの結果を踏まえ、経営情報学とは何かについて若干の考察を行った。

キーワード：経営情報学、不確実性、最小不確定分布、基礎モデル、発展モデル、

## 1. はじめに

殆ど全ての人間組織にとって、何らかの意味で組織経営を如何に行うべきか、そして経営者はどうあるべきか、といったことが顕在的であれ、潜在的であれ、重要な問題である。P.F.ドラッカー(2006)は「経営とは成果を生み出す業務行為そのもの」であると述べており、また「経営とは組織の僕」とも言及している。後者はとも角、前者については、組織が行う事業の成否を検証することが必要である。少なくとも、①適切な経営資源の確保；②十分な顧客数等の確保；③利益創出の可能性；④持続・発展可能性；を十分踏まえた計画立案と結果であるかの評価、およびそれに対する合理的かつ厳格な経営的判断が求められよう（cf. Bower (1966)）。事業結果が不調と見られる場合に、これらのことを吟味しないまま、さらに新たな事業へ手を染めることで、責任所在が明確にされぬまま放置され、経営が悪化して組織の存続も危ぶまれることも十分起こり得る。CEOの偏った情報収集と判断の甘さから、組織内での不適切な競争や利益相反を見逃すことも

まつなわ　ただし　　さかい　かずたか（経営情報学科）

稀ではなさそうである。例えば、組織内の特定の個所がそこでの以前からの計画とその実施を、上記の①～④の条件等を考慮することなしに、私心を優先した情緒的理由から、組織全体の最適化を忘れた主張をするようなことはあってはならないであろう。昨今の大企業数社の社長交代劇も含む事例を聞く時、その背後に組織における経営情報的な観点の欠落や論理的思考の不足があるのではと思わされることも少なくない。

一般企業の経営者については、我々は欧米や我が国の経営学の専門家や成功した企業経営者たちによる多数の著作に接することができる。例えば、伊丹(2007)で言及されている、リーダー、代表者、設計者としての経営者の役割；経営理念の策定者、伝道者としての仕事；経営者の資質等は様々な示唆に富んでいる。これらの項目に関わる機能の共有部分に、不確実な環境の下で、第1に経営は組織が適切に進むべき方向の指示と、第2に組織を健全に発展させることをその基盤の重要部分に内包していると考え得る。それは経営のための意思決定と行動を支援するために収集する経営情報の適切な活用と密接に関係している。

本稿の議論の主要な構成は次のとおりである。次章で上述の第1の課題である組織の進むべき方向をどのように与えるかを、パラメトリックな不確定性の概念を基盤に、数理的な側面から簡潔なモデルを構築することを考える。第3章で、経営目標と現実の差異から創出する経営情報システムについて考察する。その過程で、いくつかの代表的な最小不確定分布の事例をあげる。また、上述の第2の課題について、第3章の第2節で情報統計学的観点からの理論展開を試みる。第4章では、前2章の議論を踏まえ、経営情報学とは何かについて若干の提案を行なう。

## 2. パラメトリックな統計的不確定性

本稿の接近方法は、一見抽象的であるが、逆に、問題の構造や概要を認識し易いという利点がある。このような視座の下、本章では、不確実性の下で、経営の基盤を論理的・科学的に認識するために有用と思える一つの考え方を提案する。その根底には、理想と現実、あるいは計画と成果の適切な格差評価こそが組織の方向性を決定するはずであるという推察がある。このことを明らかにするためには、著者等が関心のある、パラメトリックな統計的不確定性関係の理解が有効と考える。以下にそのことを数理的な形で提示する。まず、以下の議論に必要な設定と用語の準備を行う。

$X$を、可測空間$(R,\mathbf{B})$上で定義される実確率変数（respectively、離散確率変数）とする。ここで、$R$は実数空間（resp. 全ての1次元非負値整数点からなる集合）、$\mathbf{B}$は$R$の部分集合からなる$\sigma-$集合体とする。$X$として、例えば、ある条件下での、顧客数、利益率、持続期間など種々考え得る。$\mathbb{P}$を$(R,\mathbf{B})$上で定義される統計基礎モデルの分布族とし、本稿ではパラメトリックモデル

$$\mathbb{P}=\left\{P_{\theta,\boldsymbol{\tau}}^{X};\theta\in\mathcal{Q},\boldsymbol{\tau}\in\mathcal{T}\right\}$$

を考える。$\theta$は、$\mathbb{P}$の構築を目指す際にその導入と調整に最も興味を持つパラメータで、空間$\mathcal{Q}$に属するものとする。また、$\boldsymbol{\tau}=(\tau_1,\ldots,\tau_d)$は、もし存在するならば、我々にとって副次的な興味のあるパラメータで、空間$\mathcal{T}$に属するものとする。$\theta$を主パラメータ、$\boldsymbol{\tau}$を副次パラメータと呼ぶ。また、以降で、$\mathbb{P}$の各要素は$(R,\mathbf{B})$上でLebesgue（resp. counting）- measure $\mu$に関して絶対連続とし、$P_{\theta,\boldsymbol{\tau}}^{X}$の測度$\mu$に関する密度関数を仮想的に$p(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$とする。この関数に対し、次の量を測度$\mu$に関するパラメトリックモデルの情報強度（information intensity）

(2.1) $$\ln p(x;\theta,\boldsymbol{\tau})\ \left[=\ln\{P_{\theta,\boldsymbol{\tau}}^{X}(dx)/\mu(dx)\}\right]$$

を考える（これをモデルの分布で平均すると、いわゆるK-L情報量を得る）。また、次に定義する$\theta$に関する関数

(2.2) $$\wp(x;\theta,\boldsymbol{\tau}):=\partial\ln p(x;\theta,\boldsymbol{\tau})/\partial\theta$$

をパラメトリックモデルの**性能比強度**（performance specific intensity）と呼ぶ（これはパラメトリックモデルの持つデータの記述能力と見做せる。統計学ではこれをスコアー関数と呼ぶことがあるが、その概念は明確とはいえない。本稿で興味ある組織の経営という観点からすると、経営のある種の基本実行力とも考え得る。）。

上に導入した諸量について、本稿を通じ次の仮定をする：

（A.1）$\theta$と$\boldsymbol{\tau}$は関数関係を持たない。また、両者は$X$の実現$x$の座標と独立、

（A.2）$\mathcal{Q}$は実数直線かまたはその中の一区間とする、

（A.3）$|\wp(x;\theta,\boldsymbol{\tau})|<\infty,\ \mathbb{P}-a.e.\ \ for\ all\ \theta\in\mathcal{Q}$、

（A.4）$\mu(x;\wp(x;\theta,\boldsymbol{\tau})\neq 0)>0,\ for\ all\ \theta\in\mathcal{Q}$。

さて、$\varphi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$を変数$x$の関数で、パラメータ$\theta$について偏微分可能な、**観測対象関数**を導入する。この関数に対し、$\theta$について偏微分可能な、**近似関数**$\psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$を考える。また、次の差異

(2.3) $$\Delta=\Delta(x;\theta,\boldsymbol{\tau})=\varphi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})-\psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$$

を、**測定誤差関数**と呼ぶ。

モデル構築に関する次の基礎的結果が成立する。

**定理2.1（パラメトリックな統計的不確定性と統計基礎方程式）**
パラメトリックな分布の族$\mathbb{P}=\left\{P_{\theta,\boldsymbol{\tau}}^{X};\theta\in\mathcal{Q},\boldsymbol{\tau}\in\mathcal{T}\right\}$が仮定（A.1）～（A.4）を満たすも

のとする。以下で、例えば、表現$E\left[\Delta^2\right]$はランダム関数$\Delta^2$の密度関数$p\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)$による平均を意味し（cf. (2.9)）、その値は存在するものと仮定する。この時、次のパラメトリックな統計的不確定性関係が成立する：

(2.4)
$$E\left[\Delta^2\right] \geq \left\{E\left[\Delta\cdot\wp\right]\right\}^2 \Big/ E\left[\wp^2\right]$$

また、上記不等式の等号条件として、パラメトリックな統計的基礎方程式

(2.5)
$$\wp = \left(E\left[\wp^2\right] / E\left[\Delta\cdot\wp\right]\right)\Delta \ (\mu - a.e.)$$

が成立する。また、上記偏微分方程式が解を持つならば、**最小不確定分布**が次のように与えられる：$x \in R$、$\left(\theta,\boldsymbol{\tau}\right) \in \mathcal{Q}\times\mathcal{T}$に対し

(2.6)
$$p\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right) = C\left(x;\boldsymbol{\tau}\right)\cdot\exp\left[\int \xi\left(\theta,\boldsymbol{\tau}\right)\cdot\Delta\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)d\theta\right]、$$

ここに、$\xi\left(\theta,\boldsymbol{\tau}\right)$は観測精度を表す量であり、$C\left(x;\boldsymbol{\tau}\right) > 0$は、存在するならば、次の条件を満たす規格化関数を表す：

(2.7)
$$\int_D p\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)\mu\left(dx\right) = 1,$$

ここに、$D = \left\{x; p\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right) > 0, x \in R, \left(\theta,\boldsymbol{\tau}\right) \in \mathcal{Q}\times\mathcal{T}\right\}$を表す。

**証明**。$\Delta = \Delta\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right) = \varphi\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right) - \psi\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)$に対し、

(2.8)
$$d := \Delta - \left(E\left[\Delta\cdot\wp\right] / E\left[\wp^2\right]\right)\cdot\wp$$

を考える。ここに、

(2.9)
$$E\left[\wp^2\right] = \int \left\{\wp\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)\right\}^2 p\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)\mu\left(dx\right)$$

は$p\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)$からの標本一個当たりの、パラメータに対する内在精度、あるいはFisherの情報量と呼ばれる。$E\left[d^2\right] \geq 0$であるから、次の結果が従う：

$$\begin{aligned} E\left[d^2\right] &= E\left[\left\{\Delta - \left(E\left[\Delta\cdot\wp\right] / E\left[\wp^2\right]\right)\cdot\wp\right\}^2\right] \\ &= E\left[\Delta^2\right] - 2\left\{E\left[\Delta\cdot\wp\right]\right\}^2 \Big/ E\left[\wp^2\right] + \left(E\left[\Delta\cdot\wp\right] / E\left[\wp^2\right]\right)^2 E\left[\wp^2\right] \\ &= E\left[\Delta^2\right] - \left\{E\left[\Delta\cdot\wp\right]\right\}^2 \Big/ E\left[\wp^2\right] \geq 0. \end{aligned}$$

また、等号成立のための必要十分条件は、$d = \Delta - \left(E\left[\Delta\cdot\wp\right] / E\left[\wp^2\right]\right)\cdot\wp = 0 \ (\mu - a.e.)$、すなわち、パラメトリックな統計的基礎方程式$\wp = \left(E\left[\wp^2\right] / E\left[\Delta\cdot\wp\right]\right)\Delta \ (\mu - a.e.)$が成

立する。さらに、この方程式を$\theta$で積分して、

(2.10) $$p(x;\theta,\boldsymbol{\tau}) \propto \exp\left\{\int \left(E[\wp^2]/E[\Delta\cdot\wp]\right)\Delta(x;\theta,\boldsymbol{\tau})\right\}d\theta。$$

この比例定数が、$p(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$の規格化定数$C(x;\boldsymbol{\tau})$として定まるならば、パラメトリックな統計モデル(2.6)が特定化できる■

**注2.1**　基礎方程式(2.5)は、パラメトリックモデル$p(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$の関数型を推定する関数方程式である。従来の統計学は、関数型は事前に既知とし与え、その条件下でモデルのパラメータ$\theta$に関する推測に関心が集中する。この点の違いは重要である。

**注2.2**　基礎方程式(2.5)は、$\mu-a.e.$での成立を主張している。つまり、完全に決定論的な成立ではなく、$\mu$－測度ゼロではあるが、この方程式が成立しないこともあり得る。そのような領域で何が起きるかについては、一般的には何も言えない。

**注2.3**　上記定理は、測定の精度に絡むパラメトリックな統計的不確定性に基礎を置いた議論であった。しかし統計的基礎方程式は、少し違った設定と接近方法でも得られる。モデルの構築に有用であるので、そのことについて以下に若干触れておく。次の一般化算術平均を考える。上述の$\varphi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$と$\psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$に対し

(2.11) $$M_n(\mathbf{x};\psi,\varphi) := \psi_\theta^{-1}\left(n^{-1}\sum_{i=1}^n \varphi(x_i;\theta,\boldsymbol{\tau})\right) =: \hat{\theta}_n、$$

ここに、$\mathbf{x}=(x_1,\ldots,x_n)$は$n$個の要素$x_1,\ldots,x_n$からなる$n$‐次元測定値ベクトル、$x$の関数$\varphi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$は実直線上で定義される実で一価な微分可能とする。また、$\psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$は実数直線上の連結領域で定義される連続かつ狭義単調な、$\theta$の関数とし、$\psi_\theta^{-1}$は、$\theta$に関する、$\psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$の逆関数を表すものとすると、次の条件が成立する：

(2.12) $$\sum_{i=1}^n \Delta\left(x_i;\hat{\theta}_n,\boldsymbol{\tau}\right)=0。$$

ただし、$\Delta\left(x_i;\hat{\theta}_n,\boldsymbol{\tau}\right) := \varphi\left(x_i;\hat{\theta}_n,\boldsymbol{\tau}\right)-\psi\left(x_i;\hat{\theta}_n,\boldsymbol{\tau}\right)$を表す。以上の設定と、次の条件

(2.13) $$\sum_{i=1}^n \wp(x_i;\theta,\boldsymbol{\tau})=0$$

が成り立つ時、上記定理と同様、パラメトリックモデル構築に関する基礎的結果の成立が言える（詳細略。cf. 松縄(1997)）。

## 3. 目標と現実の差異が創出する経営情報システム

我々は、前章の方程式(2.5)と式(2.6)から、経営における戦略プロセスに関わる目標$\psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$と現実$\varphi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$の差異$\Delta=\varphi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})-\psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$が原動力となって、測定精

度$\xi(\theta,\boldsymbol{\tau})$の下、プロセスの**方向性**$\wp$およびパラメトリックモデルの分布$p(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$を創出すると見ることもできる。なお、$\psi$は$x$と関係しないこともあり得る。また、$\varphi$は$\theta$に関係しない場合もあり得る（cf. 例3.1）。しかし、$\psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$及び$\varphi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$を柔軟に設定できるようにしておくと、現実世界に対応するモデル構築の場が広がるであろう。いずれにせよ、調査・実験等による信頼できるデータや情報に基づき提案された目標に現状を出来るだけ近づけるように実際の行動を制御・操作・選択することは、経営情報システムにおける重要なプロセスの一つである。定理2.1はその意味でも、抽象的な表現であるが、経営システムにも有用なアナロジーを含んでいると言えよう。以下に同定理からの派生結果を与える。

### 3.1　統計基礎モデルとしての最小不確定分布の構築プロセス

我々は前章の定理を利用して、経済や経営の分野でも重要な役割をする確率分布を、いくつかの適切な条件の下、最小不確定な分布を構築できる。分布型が特定されることにより、例えば、経営の評価に関連する確率計算など、定量的な考察可能性が開ける。以下で、松縄(1997)に沿い、最小不確定な分布構築プロセスの概要を、若干の事例に対して記す。

**例3.1　正規分布**

(3.1)
$$f(x;\theta,\tau)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\},\ \left(\begin{array}{l}-\infty<x<\infty,\\ -\infty<\mu<\infty,\ \sigma>0\end{array}\right).$$

構築：$\theta=:\mu,\ \boldsymbol{\tau}=:\sigma^2\,(\sigma>0)$、$\xi(\theta,\boldsymbol{\tau})=:1/\sigma^2$、$\varphi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})=:x,\ \psi(x;\theta,\boldsymbol{\tau})=:\mu$と置くと、$\Delta:=\varphi(x)-\psi(\mu)=x-\mu$となる。これらの関係を(2.6)に代入して、規格化条件(2.7)を用いれば、

$$C(x;\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right).$$

これより、所要の密度関数型(3.1)を得る。

**例3.2　パレート分布**

(3.2)
$$f(x;\theta,\kappa)=\theta\kappa^{\theta}x^{-(\theta+1)},\ (x\geq\kappa>0,\theta>0)\text{。}$$

構築：$\boldsymbol{\tau}=:\kappa$、$\xi(\theta,\boldsymbol{\tau})=:-1,\ \varphi(x;\kappa)=:\ln(x/\kappa),\ \psi(x;\theta)=:1/\theta,\ (x\geq\kappa>0,\theta>0)$

と置くと

$$\Delta(x;\theta,\kappa)=\varphi(x;\kappa)-\psi(x;\theta)=:\ln(x/\kappa)-1/\theta\text{。}$$

これらの関係を式(2.6)に代入して、規格化条件(2.7)を用いれば、これより、所要の密度関

数形を得る。

**注3.1.1**　この分布は、経済学者V. Pareto(1897)が所得の分布をモデル化するために用いたことで知られている。これは、K. Pearson(1895,1916)がTypeⅥ分布として与えた連続型モデルでもある。この分布は近年、離散型の、次のジップ・ゼータ分布と共に、シンプルなフラクタル分布（自己相似分布）の例としてしばしば取り上げられ、応用が広がっている。

**例3.3　ジップ分布・ゼータ分布**

(3.3)
$$p(x;\theta)=\frac{x^{-(\theta+1)}}{\zeta(\theta+1)},\ (x=1,2,\ldots;\theta>0),(Zeta-distribution)、$$

ここで、$\zeta(\theta+1)=\sum_{x=1}^{\infty}x^{-(\theta+1)}$ $(Riemann\ zeta\ function)$。

**構築：**　基本量について、

$$\varphi(x)=\ln x^{-1},\ \psi(x;\theta)=\sum_{x=1}^{N}x^{-(\theta+1)}\ln x^{-1}\Big/\sum_{x=1}^{N}x^{-(\theta+1)}\ (N<\infty),\ \xi(\theta)=1$$

と置く。式(2.6)に代入して、

$$p(x;\theta,N)=C(x)\cdot\exp\left[\int\{\varphi(x)-\psi(x;\theta)\}d\theta\right]$$

$$=C(x)\cdot\exp\left\{\theta\ln\frac{1}{x}-\ln\sum_{x=1}^{N}x^{-(\theta+1)}\right\}=\frac{C(x)\cdot x^{-(\theta+1)}}{\sum_{x=1}^{N}x^{-(\theta+1)}}。$$

規格化条件より, $C(x)=1$. よって、

(3.4)
$$p(x;\theta,N)=\frac{x^{-(\theta+1)}}{\sum_{x=1}^{N}x^{-(\theta+1)}},\ (x=1,2,\ldots,N;\theta>0)$$

を得る。ここで、$N\to\infty$とすれば、所要の離散型密度関数を得る。また、上式で$\theta=0$の時、通常の**ジップ分布**（Zipf(1949)）となる。

**注3.1.2**　パラメトリックモデルの構築は、基礎モデルとして想定した$p(x;\theta,\boldsymbol{\tau})$を、主パラメータ$\theta$で様々に変化させて、その結果として、モデル特定のための基礎方程式や、（もし存在するならば）最小不確定分布を誘導しようとするものである。これに対し、変数$X$でモデルを変化させて、並行する議論を行うことが可能である。ノンパラメトリックモデルの構築はそのことに関連する（cf. 松縄(1994)）。

**注3.1.3**　本節で言及してきたプロセスは、従来の統計学で云うところの、分布の特定化に関連している。R. A. Fisherはこの特定化を統計の最重要課題としながらその研究に全く手がつけられなかった部分である。その後の統計学は、注2.1に述べたように、特定

化が完了したものとして、モデルの分布に含まれるパラメータの推測中心の研究が主流となっている。なお、本稿でのプロセスは、注2.3に触れたように、ある観点からのパラメータの点推定過程が自然の形で取り込まれていることも注意しておきたい。

### 3.2 モデル分布の発展プロセス

組織経営の重要問題に対する戦略計画において、当初の目的達成（or成果）に至るならば、当該問題に関する基礎モデルが完璧で、プロセスは初期段階で成功したことになる。しかし、通常は、計画遂行の過程での状況や条件等の変化により、問題に取り組むためのモデルを修正あるいは更新する必要性がある。このために、後述するように、基礎分布モデルを更新する可測関数を考え、その、基礎分布に関する、統計的特性関数を導入する。それらを基礎に、Legendre変換を用いて上記の必要性に対処する。このプロセスを逐次行いモデルの改善をして行く。以下に議論に必要となる諸量の導入とモデル発展の手順に関する概要を述べる。

$u(x)$を基礎確率空間$(R, \mathbf{B}, P)$上で定義される、考察基盤の基礎モデル$P$を発展させる能力を表す可測関数とする。数物科学との類推では、**統計的比内部エネルギ**と呼び得る量である。“比”とあるのは、$X$に関する測定単位当たりという意味で、局所的議論に必要な量である。そこで、熱力学特性関数に倣って、次の**統計的特性関数**（＝キュミュラント母関数）の存在を仮定する。

(3.5)
$$\Psi(\beta) = \ln Z(\beta) = \ln \int \exp\{-\beta u(x)\} \cdot dP(x) \ (<\infty),$$

ここに、$\beta$は**正準パラメータ**（or 統計的逆温度）の集合の要素である。そこで、$-\Psi(\beta)$のLegendre変換

(3.6)
$$S(u) = \inf_{\beta\in\Gamma}\{\Psi(\beta) + \beta u\}$$

を考える。ただし、$\Gamma$は$Z(\beta) < \infty$となる$\beta$の集合の内点からなる集合を表す。$\Gamma$は空集合ではなく、また$\Gamma$に属さない$\Gamma$の境界点では$\Psi(\beta) = \infty$とする。このような設定で、以下の事柄が従う：

(3.7)
$$\frac{\partial\Psi(\beta)}{\partial\beta} = -\frac{\int u(x)\exp\{-\beta u(x)\}\,dP(x)}{\int \exp\{-\beta u(x)\}\,dP(x)} =: -\int u(x)\,dQ_\beta^*(x) = -U(\beta)、$$

ここに、$U(\beta)$は**巨視的量**で、**統計的内部エネルギ**と呼ぶ。また、

(3.8)
$$dQ_\beta^*(x) = \frac{\exp\{-\beta u(x)\}}{Z(\beta)}dP(x),\ \ x \in R$$

と置いた。$Q_\beta^*$はBoltzmann因子$\exp\{-\beta u(x)\}$の基礎分布$P$に関する**正準分布**を表す。式(3.7)を再度$\beta$で微分すれば$\partial^2\Psi(\beta)/\partial\beta^2 > 0$となるから、Legendre変換(3.6)は狭義凸関数で、下限は$\partial\{-\Psi(\beta)\}/\partial\beta = -U(\beta)$を満たす唯一の点$\beta = \beta(U)$で達成される。

この時、(3.6)から、**統計的エントロピ関数**

(3.9) $$S(U) := \Psi(\beta) + \beta U$$

が定義される。(3.7) ～ (3.9)から、重要な関係式

(3.10) $$S(U) = -\int \left\{ \ln \frac{dQ_\beta^*(x)}{dP(x)} \right\} dQ_\beta^*(x) =: -I\left(Q_\beta^* : P\right)$$

を得る。$I(Q_\beta^* : P)$は統計学で言うKullback-Leibler**情報量**（K-L情報量と略記）で、その起源はBoltzmannに遡れる。(3.10)は、『エントロピとは、正準分布のその基礎分布に関するK-L情報量である』と言うことを明らかにしている。この情報量が以下のモデルの逐次更新を記述するために必要となる。特に、後述の平均値の存在に関する条件の下で、複数のK-L情報量の間に成立する収支関係の解析が重要となる。

**注3.2.1**　一般に、K-L情報量は常に非負。なぜなら、任意の確率分布$F$、$G$に対し

(3.11) $$\int \ln \frac{dF}{dG} \cdot dF = \int -\ln \frac{dG}{dF} \cdot dF \geq \int \left( -\frac{dG}{dF} + 1 \right) \cdot dF = \int (-dG + dF) = 0.$$

等号は$F = G\ [\mu]$の時、その時に限る。

さて、議論をすすめる。$Q$を$\mathbf{B}$上の確率分布で、$u(x)$が$Q$－可積分かつ

(3.12) $$\int u(x)\, dQ(x) = U$$

が満たされるものとする。この時、Legendre変換の結果、上記の確率分布$P, Q_\beta^*, Q$の間に、K-L情報量に関する、いわゆるピタゴラスの定理が成立する：

(3.13) $$I(Q : P) = I\left(Q : Q_\beta^*\right) + I\left(Q_\beta^* : P\right).$$

この関係式は、概略、次のようにして誘導できる：

$$I(Q : P) = \int \ln \frac{dQ(x)}{dP(x)} \cdot dQ(x) = \int \ln \left[ \frac{dQ(x)}{dQ_\beta^*(x)} \Big/ \frac{dP(x)}{dQ_\beta^*(x)} \right] \cdot dQ(x)$$

$$= \int \ln \frac{dQ(x)}{dQ_\beta^*(x)} \cdot dQ(x) + \int \ln \frac{dQ_\beta^*(x)}{dP(x)} \cdot dQ(x) = I\left(Q : Q_\beta^*\right) + \int \ln \frac{dQ_\beta^*(x)}{dP(x)} \cdot dQ(x)$$

$$I(Q : P) = I\left(Q : Q_\beta^*\right) + \int \ln \frac{dQ_\beta^*(x)}{dP(x)} \cdot dQ(x)$$

式(3.8)を考慮すれば、

$$\int \ln \frac{dQ_\beta^*(x)}{dP(x)} \cdot dQ(x) = \int \{-\beta u(x) - \ln Z(\beta)\} \cdot dQ(x) = -\beta U - \ln Z(\beta)$$

$$= \int \left\{ -\beta u(x) - \ln Z(\beta) \right\} \cdot dQ_\beta^*(x) = \int \ln \frac{dQ_\beta^*(x)}{dP(x)} \cdot dQ_\beta^*(x) = I\left(Q_\beta^* : P\right)$$

となり、(3.13)を得る。

**注3.2.2**　直前の二行から、次の意味での直交性の成立が言える：

$$\int \ln \frac{dQ_\beta^*}{dP} d\left(Q - Q_\beta^*\right)(x) = 0\,. \tag{3.14}$$

このことが、K-L情報量を疑似距離と見る時、(3.12)の関係をピタゴラスの定理という所以である。

**注3.2.3** 式(3.13)の右辺第1項は**内部生成情報量**と呼ぶべき情報量である。分布の$\{Q, Q_\beta^*\}$外部に基礎モデル$P$以外の分布を考えていないからである。

**注3.2.4** 式(3.13)の右辺第2項は、基礎モデル$P$から$Q_\beta^*$を構築する際に、$P$から$Q_\beta^*$への**移動情報量**と呼ぶべき情報量である。

以上の準備を踏まえ、Legendre変換を援用して、モデルの逐次発展に取りかかる（cf. 松縄(1994a)）。このために、次の確率分布の三角配列を考える：

$$\mathbb{F}_k = \left\{ Q_i : \int u_i(x)\, dQ_i(x) = U_i \ \ (i = 1, 2, \ldots, k) \right\},\ (k = 1, 2, \ldots), \tag{3.15}$$

ここに、$u_i(x)\,(i = 1, \ldots, k)$は、統計的比内部エネルギに該当する可測関数列を表す。明らかに$\mathbb{F}_1 \supset \mathbb{F}_2 \supset \cdots \supset \mathbb{F}_m \supset \cdots$である。この縮小列に対応して、各$k$の内部生成情報量から単調減少列を構成する：第$m$段階までの情報量収支関係の系を記すと

$$I(Q;P) = I\left(Q;Q_1^*\right) + I\left(Q_1^*;P\right),\ Q_1^* \in \mathbb{F}_1,$$

$$I\left(Q;Q_1^*\right) = I\left(Q;Q_2^*\right) + I\left(Q_2^*;Q_1^*\right),\ Q_2^* \in \mathbb{F}_2,$$

$$I\left(Q;Q_2^*\right) = I\left(Q;Q_3^*\right) + I\left(Q_3^*;Q_2^*\right),\ Q_3^* \in \mathbb{F}_3,$$

$$\vdots$$

$$I\left(Q;Q_{m-1}^*\right) = I\left(Q;Q_m^*\right) + I\left(Q_m^*;Q_{m-1}^*\right),\ Q_m^* \in \mathbb{F}_m\,. \tag{3.16}$$

上記の一連の情報等式において、

$$dQ_1^*(x) = \frac{\exp\left\{-\beta_1 u_1(x)\right\}}{Z_1(\beta_1)} dP(x) = \exp\left\{-\beta_1 u_1(x) - \Psi_1(\beta_1)\right\},\ x \in R,$$

ここに、

$$\Psi(\beta_1)=\ln Z(\beta_1)=\ln\int\exp\{-\beta_1 u(x)\}dP(x)(<\infty),\ \frac{\partial\Psi(\beta_1)}{\partial\beta_1}=-U(\beta_1).$$

また、 $j=2,3,\ldots$ に対して遂次、以下の諸式が成立する：

$$dQ_j^*(x)=\frac{\exp\{-\beta_j u_j(x)\}}{Z_j(\beta_j)}dQ_{j-1}^*(x)$$

$$=\exp\{-\beta_j u_j(x)\}\Big/\prod_{i=1}^{j-1}Z_i(\beta_i)\,dP(x),\ x\in R$$
$$=\exp\left\{-\sum_{i=1}^{j}\beta_i u_i(x)-\sum_{i=1}^{j}\Psi_i(\beta_i)\right\}\cdot dP(x),\ x\in R,$$

$$Z_j(\beta_j)=\int\exp\left\{-\sum_{i=1}^{j}\beta_i u_i(x)\right\}dQ_{j-1}^*(x)$$
$$=\int\exp\left\{-\sum_{i=1}^{j}\beta_i u_i(x)\right\}\Big/\prod_{i=1}^{j-1}Z_i(\beta_i)\cdot dP(x),\ x\in R,$$

$$U_j(\beta_j)=-\frac{\partial}{\partial\beta_j}\ln Z_j(\beta_j)=-\frac{\partial}{\partial\beta_j}\Psi_j(\beta_j).$$

式(3.16)から、第$m$段階の更新で、

(3.17) $$I(Q;P)=I(Q_1^*;P)+I(Q_2^*;Q_1^*)+I(Q_3^*;Q_2^*)+\cdots+I(Q_m^*;Q_{m-1}^*)+I(Q;Q_m^*).$$

情報収支系(3.16)と、注3.2.1に記したK-L情報量の非負性から、

$$I(Q_{j+1}^*;Q_j^*)\geq 0,(j=1,2,\ldots).$$

よって、次の内部生成情報量の単調減少列を得る：

(3.18) $$I(Q;Q_1^*)\geq I(Q;Q_2^*)\geq I(Q;Q_3^*)\geq\cdots\geq I(Q;Q_m^*)\geq 0.$$

従って、 $\lim_{m\to\infty}I(Q;Q_m^*)=0$ だから、$m$が十分に大ならば$Q\cong Q_m^*[\mu]$となり、(3.17)から

(3.19) $$I(Q;P)\cong I(Q_1^*;P)+I(Q_2^*;Q_1^*)+I(Q_3^*;Q_2^*)+\cdots+I(Q_m^*;Q_{m-1}^*)$$

と考え得る。すなわち、Legendre変換を逐次実施し、基礎モデル$P$に対する最適な更新列

(3.20) $$P\to Q_1^*\to Q_2^*\to Q_3^*\to\cdots\to Q_{m-1}^*\to Q_m^*$$

を構築し、$m$を十分大きくすれば、 $Q_m^*$ を適切な発展モデルとして採用可能である■

**注3.2.5　モデルの発展と統計的エントロピの減少：** $r<s$ として分布 $Q_r^*$ から分布 $Q_s^*$ へ行進した時、本稿での問題の設定下で統計的エントロピの変動を評価する。式(3.12)により、

$$S(U_r)=-I\left(Q_{\beta_r}^*:P\right),\ Q_{\beta_r}^*\in\mathbb{F}_r;\ S(U_s)=-I\left(Q_{\beta_s}^*:P\right),\ Q_{\beta_s}^*\in\mathbb{F}_s\subset\mathbb{F}_r$$

と表せるから、

$$dS:=S(U_s)-S(U_r)=-I\left(Q_{\beta_s}^*:P\right)+I\left(Q_{\beta_r}^*:P\right)$$

$$=\sum_{i=1}^{s}\beta_iU_i(\beta_i)+\sum_{i=1}^{s}\Psi_i(\beta_i)-\left\{\sum_{i=1}^{r}\beta_iU_i(\beta_i)+\sum_{i=1}^{r}\Psi_i(\beta_i)\right\}$$

$$=\sum_{i=r+1}^{s}\beta_iU_i(\beta_i)+\sum_{i=r+1}^{s}\Psi_i(\beta_i)=-\sum_{i=r+1}^{s}I\left(Q_{\beta_i}^*:Q_{\beta_{i-1}}^*\right)<0. \tag{3.21}$$

よって、本章で与えてきたLegendre変換に基づくモデルの更新プロセスは、統計的エントロピの減少を伴って実現されていることが分かる（孤立系でないことに注意）。

**注3.2.6**　本章での更新プロセスは、グールド等の提案した生物の進化に対する断続平衡説の数学的モデルとしても、部分的に、有効と思われる。

## 4. 経営情報学とは？

組織の情報システムの代表的なものとして、経営情報システム、意思決定支援システム、経営者情報システムなどがある（cf. 佐藤他(1997)）。これらは1960年後半以降、米国からの輸入型システムであった。経営管理分野でブームとなったが当時の情報技術力の限界により期待したほどの成果がなかったと言われている。だが、その後の情報技術の急速な進展により、今日では様々な組織の至る所で、現象的には、いわゆる高度情報化社会の中でそれなりに各システムが何らかの形で導入され定着している。しかし、学問・知識としての「経営情報学」とは何かを考え、今後の発展方向を探ろうとするとき、本章のタイトルのような疑問が生起した。我々が教育・研究に従事している学問の定義をここで一度その基盤から考えて見ようという思いが生まれた。

我々は、前章までに、組織の重要な意思決定と行動のためにも役立つであろうと推察するモデルの構築と発展について考えてきた。ごく特殊な場合を除き我々は殆ど常に、不確実な状況下での計画策定や意思決定と行動をしなければならない。これらのことから経営情報学とは何かを考えてみよう。このことについては、この分野に関わる研究者毎に異なった考えがあり得るかもしれない。しかし、我々の気付いた限りでは、これと言って明確なものは見出せなかった。そこで、５Ｗ２Ｈを念頭に次に前章までの議論を踏まえた一つの捉え方を提案する：

『経営情報学とは、組織の意思決定者と種々の決定に関連する人材が；所属の組織及び密に連携する周辺組織に於いて；不確実性の下、生起する経営に関連する事象に対峙する時；その事象の本質に関わる問題提起と解決に取組み、信頼できるデータや情報の獲得と有効利用を図るため；組織部署間で機能的情報共有及び共通の問題認識の下、信頼可能な広義の調査や実験を行い、適切な理論・方法論と情報通信技術等を活用・導入或いは創造し；当該問題への戦略策定と行動に、全体最適な可変的・知的構造物（＝経営情報モデル）を構築し；当該組織及び組織内外の関連個所での適正利用と、成果を生みだすような業務遂行を支える、体系化された複合的科学である。』

なお、上記は、主に組織側の観点からの定義として考えた。これが現実社会で有効であるためには、広義の意味での顧客側からの高い評価に結び付かなければならない。したがって、個々の問題設定や解決の過程や具体的行動においては、常に顧客や関連コミュニティーを意識し意思決定をする必要がある。

また、上記定義では顕在化させていないが、システムの構造変化・検出機構と構造修正・制御機構が潜在的機能として含まれていることの認識も必要である。近年の脳科学の進展を取り入れて、発展モデルを更に知的なものに引き上げることも将来は十分考え得る。また、取り上げる経営上の問題の大小や難易によって、上記のシステムが時にはらせん状に時には層状に組み上げられてもよい。関連して、経営モデルの有効性に疑問が生じ、陳腐化してきたと認識される段階では、状況を良く考慮して新たに基礎モデルを構築し直すことも必要となる。

さらに、本稿の考察の対象とはしなかったが、上のやや長いマクロな経営情報学の定義から、ミクロな各個別組織においてどのような部署が必要か、あるいはどのような分野の人材が必要か等を考える上で有用と思える。例えば、各教育組織においては、そこでのいくつかの条件の下、どのような科目が準備され、どんな実績を持つ教員を揃えれば、特色ある教育が実施可能であるとか、その際に付随するカリキュラムの検討を行う場合の一助となるであろう。

## 5. あとがき

本稿執筆の動機の一つは、経営情報学とは何かを複合科学的に捉えられないかと感じたことにある。関連する専門分野の組織等のホームページ等の記述を見ても学問の概観を掴むのがかなり難しい。この学問がそれだけ内容的に幅広く、奥も深いからと想像される。‘経営’と‘情報’という説明が難しい二つの概念に絡む分野であることを思えば多少は納得できる。しかし、そのことから、著作等を通じて知る優れた経営者たちの経営哲学の骨格を、その一部でも我々なりに組織化して情報科学的な理解を図りたいという動機も生じる。そこで、本稿では、我々の知識と言葉でこの分野を、狭い範囲では

あるが、捉えることを試みた。特に、多くの経営者が言及する、組織の将来向かうべき方向とその発展を何らかの分かりやすい形で纏めたいと考えた。著者等、理系の人間にとっては、自然言語で語られる深遠な哲学に出合う時、その内容を何とか理解したいと考えて、使い慣れた数理的道具立ても援用したモデル化を通じ、自らの知識を深化・発展させたくなる。この考えに沿って、本稿では不確実性の下での基礎モデルのマクロな構築についてまず考察した。次いで、この基礎モデルを基盤に発展モデルの逐次構築を議論した。すなわち、適切に方向づけをしてそれを発展させるシステムの構築に取り組んだ。経営の世界でもこのようなプロセスが取られているケースは多いと考えられる。その際に、経営に関するいかなる量に着目し、何を観測し、評価し、制御すべきか、等々が浮かび上がってくるであろう。すなわち、モデルには現実世界の問題にも適用が期待される。

ところで、我々の議論は多少物理や熱統計的に関連させる用語を使った。しかし、我々の問題の設定は物理や熱統計学と関係しているわけではない。すなわち、本稿の議論は物理学の理論を、経営学に形式的に当てはめようとしたものではないことを付言しておきたい。ドラッカーが「マネージメントとはまさに伝統的な意味におけるリベラルアートである」（cf. 上田惇生(2009)）と言っているように、経営学のアイディアは広く深い教養なくしては生まれないであろうし、単純な数式のみでは記述できないであろう。このようなことは、たとえば、Soros, G. (2008)のreflexivityの概念にも感じる。彼のそのアイディアは、しかし、本稿の第2章で扱った$\varphi\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)$や$\psi\left(x;\theta,\boldsymbol{\tau}\right)$の関係に関連するようにも思える。いずれにせよ、援用可能な現代の科学的成果も利用して、優れた経営哲学に、様々な分野の人々が接近して理解できるようになることを期待したい。B. Russellが、「科学は知識になったもの、哲学はまだ知識になっていないものである」と言った（cf. S. Singh (2006)）ことからの類推で、経営学が専門家以外の人々もより親近感が持てる形に知識化された学問へと進展して行くであろう。その際、経営情報学も周辺の学問として発展して行かなければならないであろう。

なお、本稿の理論面での展開は、複雑さを避けるため、一次元の実確率変数に対する議論に限定して行われた。しかし、その展開には、多次元の複素ランダム行列にも拡張可能である。離散型の場合でも議論可能である（cf. Matsunawa (1998), 土屋－松縄(1998)）。一般に、設定をEuclid空間に限らず、適切な条件を満たす抽象ノルム空間での扱いも可能である。

## 参考文献

Bower, M. (1966). *The Will to Manage*、McGraw-Hill Companies Inc.
ドラッカー、P. F. (2006). *ドラッカーの遺言*、講談社.

伊丹敬之 (2007). *よき経営者の姿*、日本経済新聞出版社.

松縄　規 (1994). 分布の起源 —ノンパラメトリックな統計的不確定性関係と統計基礎方程式—、*統計数理* 42、No.2、197－214.

松縄　規 (1994a). 分布の発展 —ルジャンドル変換と正準情報量基準—、*統計数理* 43、No.2、293－311.

松縄　規 (1997). 真の分布の存在を仮定しないパラメトリックな統計基礎モデルの構築、*統計数理* 45、No.1、107－123.

Matsunawa, T. (1998). Parametric Statistical Uncertainty Relations and Para-metric Statistical Fundamental Equations, *Ann. Inst. Statist.* Math., 50, No.4、603－626.

Pareto, V. (1897). *Cours d'Economie Politique,* Paris：Rouge et Cit.

Pearson, K. (1895). Contribution to the mathematical theory of evolution II. Skew variation in homogeneous material, *Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A*, 186, 343-414.

Pearson, K. (1916). Contribution to the mathematical theory of evolution XIX. Second supplement to a memoir on Skew variation, *Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A*, 216, 429-457.

佐藤　修、藤森洋志、阿部彰浩 (1997). *情報管理入門—情報技術による知的生産性の向上—*、弘学出版.

Singh, Simon (2006). *宇宙創成（下）*、新潮社（青木薫訳）.

Soros, G. (2008). *The New Paradigm for Financial Markets : the credit crisis of 2008 and what it means* , New York , Public Affairs.

土屋高宏、松縄　規 (1998). 統計基礎差分方程式に基づく多変量離散分布のノンパラメトリックな構築、*統計数理* 46、No.1、227－240

上田惇生 (2009). *ドラッカー：時代をを超える言葉—洞察力を鍛える160の英知、ダイヤモンド社.*

Zipf, G. K. (1949). *Human Behaviour and the Principle of Least Effort,* Cambridge MA: Addison-Wesley.

（平成21年10月26日受付、平成21年11月９日受理）